BÀI TẬP VỀ NHÀ

* Môn học: Vi tích phân 2B
* Tên nhóm: Wibu
* Bài nhóm lần: 3

Bảng phân công

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| STT | MSSV | Họ và tên | Nhiệm vụ | Kiểm tra chéo |
| 1 | 19120193 | Lâm Khả Doãn | Tóm tắt kiến thức về đạo hàm riêng + 2VD | Bài của Hưng |
| 2 | 19120237 | Nguyễn Thành Hưng | Tóm tắt kiến thức về cực trị tự do + 2VD | Bài của Mai |
| 3 | 19120287 | Nguyễn Thị Ngọc Mai | Tóm tắt kiến thức về xấp xỉ tuyến tính + 2VD | Bài của Quân |
| 4 | 19120338 | Trần Hoàng Quân | Phát biểu định lý Fubini cho miền đơn giản loại 1 + 2VD | Bài của Sang |
| 5 | 19120347 | Trần Ngọc Sang | Đưa ra ý tưởng về đổi thứ tự lấy tích phân + 2VD | Bài của Sơn |
| 6 | 19120349 | Lê Hùng Sơn | Tóm tắt kiến thức về tích phân đường loại 2 + 2VD | Bài của Thọ |
| 7 | 19120383 | Huỳnh Tấn Thọ | Tóm tắt kiến thức về định lý Green + 2VD | Bài của Triều |
| 8 | 19120407 | Lâm Hải Triều | Tóm tắt kiến thức về trường bảo toàn + 2VD | Bài của Uyên |
| 9 | 19120426 | Phan Đặng Diễm Uyên | Phát biểu định lý Fubini cho miền đơn giản loại 2 + 2VD | Bài của Doãn |
| 10 | 19120469 | Sử Nhật Đăng | Tổng hợp + Format | Kiểm lại lần 2 |

1. Đạo hàm riêng
2. Tóm tắt kiến thức

Đạo hàm riêng theo 1 biến của một hàm số là đạo hàm theo biến đó với giả thuyết rằng các biến khác là hằng số. Cụ thể, cho hàm số  và một điểm  thuộc tập xác định của hàm, khi đó đạo hàm theo biến x tại điểm M được gọi là đạo hàm riêng của f theo x tại M. Lúc này y sẽ được cố định bằng giá trị  ​ và hàm của ta có thể coi là hàm 1 biến của biến *x*.

Đạo hàm riêng của ftheo *x* lúc này sẽ được kí hiệu là hoặc   ​, còn đạo hàm theo biến y được biểu diễn tương tự  hoặc

Một cách hình thức đạo hàm riêng tại điểm  theo biến *x* được tính toán như sau:

Theo biến y:

Ở công thức trên △*x*​*f*, △*y*​*f* được gọi là số gia riêng của ftại lần lượt theo biến x, y. ​Trường hợp tổng quát với hàm có nhiều biến thì đạo hàm riêng theo 1 biến nào đó một cách tương tự như trên là đạo hàm theo biến đó với giả thuyết tất cả các biến còn lại là hằng số.

1. Ví dụ

VD1:

1. Tính tại điểm bất kỳ.

Đặt

Để tính , ta tính.

Do có dạng nên áp dụng quy tắc L’Hospital, ta được:

Vậy đạo hàm riêng của hàm theo biến tại điểm bất kỳ có dạng

1. Tính tại điểm bất kỳ.

Đặt

Để tính , ta tính.

Do có dạng nên áp dụng quy tắc L’Hospital, ta được:

Vậy đạo hàm riêng của hàm theo biến tại điểm bất kỳ có dạng

VD2:

1. Tính tại điểm bất kỳ.

Đặt

Để tính , ta tính.

Do có dạng nên áp dụng quy tắc L’Hospital, ta được:

Vậy đạo hàm riêng của hàm theo biến tại điểm bất kỳ có dạng

1. Tính tại điểm bất kỳ.

Đặt

Để tính , ta tính.

Do có dạng nên áp dụng quy tắc L’Hospital, ta được:

Vậy đạo hàm riêng của hàm theo biến tại điểm bất kỳ có dạng

1. Cực trị tự do
2. Tóm tắt kiến thức

Bước 1: Tìm điểm dừng: là nghiệm của hệ phương trình

Bước 2: Đặt

Đặt Khi đó, ta có bảng phân loại điểm dừng của hàm

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Điểm dừng |  |  | Phân loại |
|  |  |  | Điểm cưc tiểu |
|  |  |  | Điểm cực đại |
|  |  |  | Điểm yên ngựa |
|  |  |  | Chưa kết luận được |

1. Ví dụ

VD1: Tìm cực trị cho hàm số sau:

Xét hệ phương trình:

Lấy (1) – (2), ta được:

thay vào (1), ta được: , có 3 nghiệm:

và cũng là 3 điểm dừng của

Ta có:

Đặt

Bảng phân loại điểm dừng của hàm :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Điểm dừng |  |  | Phân loại |
| (0,0) | 0 | -2<0 | Chưa có kết luận |
| (-1,-1) | 96>0 | 10>0 | Điểm cực tiểu |
| (1,1) | 96>0 | 10>0 | Điểm cực tiểu |

VD2: Tìm cực trị cho hàm số sau:

Xét hệ phương trình:

Từ hệ trên, ta có hàm có 4 điểm dừng: (0,0), (,0), (-1,2) và (-1,-2).

Ta có:

Đặt

Bảng phân loại điểm dừng của hàm :

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Điểm dừng |  |  | Phân loại |
| (0,0) | 20 > 0 | 10>0 | Cực tiểu |
| (,0) | -20 < 0 | Không cần | Điểm yên ngựa |
| (-1,2) | -28 < 0 | Không cần | Điểm yên ngựa |
| (-1,-2) | -12 < 0 | Không cần | Điểm yên ngựa |

1. Xấp xỉ tuyến tính
2. Tóm tắt kiến thức

Nếu xác định trên lân cận và khả vi tại , khi gần ta có xấp xỉ:

|  |
| --- |
|  |

1. Ví dụ

VD1: Tính xấp xỉ cho:

Xét ,

* nên

Suy ra:

VD2: Tính xấp xỉ cho:

Xét ,

Suy ra:

1. Định lý Fubini cho miền đơn giản loại 1
2. Tóm tắt kiến thức

Cho miền đơn giản theo chiều đứng . Gỉa sử và liên tục. Khi đó

Lấy một hình chữ nhật chứa . Gọi là phần mở rộng của lên bằng không ngoài . Vì liên tục trên tập có diện tích nên khả tích trên , do đó khả tích trên . Ngoài ra tồn tại. Áp dụng công thức Fubini cho :

1. Ví dụ

VD1: Tính tích phân kép

Trong đó, là miền bao bởi .

Miền là miền đơn giản loại 1, được biểu diễn .

Khi đó, tích phân có thể được tính:

VD2: Tính tích phân kép

Trong đó, là miền bao bởi .

Thiết lập phương trình hoành độ giao điểm:

Khi đó miền D được biểu diễn dưới dạng miền đơn giản loại 1: .

Vậy tích phân có thể được tính:

1. Định lý Fubini cho miền đơn giản loại 2
2. Tóm tắt kiến thức

Cho miền đơn giản theo chiều ngang . Giả sử và liên tục. Khi đó

Lấy một hình chữ nhật chứa . Gọi là phần mở rộng của lên bằng không ngoài . Vì liên tục trên tập có diện tích nên khả tích trên , do đó khả tích trên . Ngoài ra tồn tại. Áp dụng công thức Fubini cho :

1. Ví dụ

VD1: Tính tích phân kép

Theo định lý Fubini:

VD2: Tính tích phân kép

Theo định lý Fubini:

Đặt ⇒

Ta có:

Thay vào , ra được:

1. Đổi thứ tự lấy tích phân
2. Ý tưởng

Giả sử ta có:

Bước 1: từ các cận của tích phân, vẽ các đường cong y=h(x), y=g(x), x=a, x=b, để tìm miền xác định của f(x,y).

Bước 2: từ hình vẽ, tìm khoảng xác định của y, ta sẽ xác định được

, tìm khoảng giới hạn của x theo y, ta xác định được

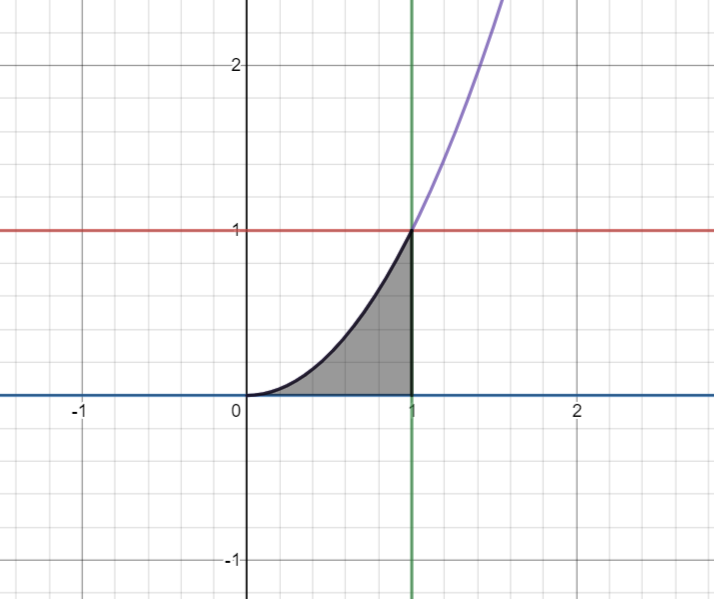
, thay vào ta được:

Ngược lại nếu có trước: , thì làm tương tự để có được:

1. Ví dụ

VD1: Đổi thứ tự lấy tích phân

Ta có:



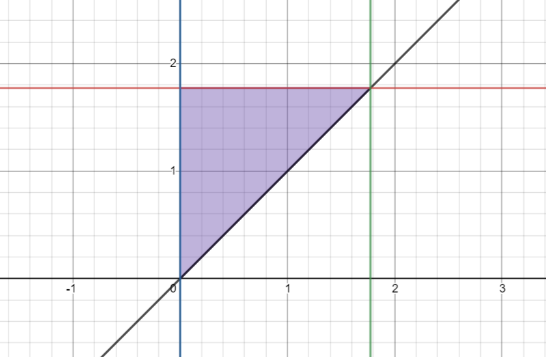
Theo hình ta có:

Đặt ⬄

⬄ I

VD2: Đổi thứ tự lấy tích phân

Ta có:



Theo hình ta có: Ta có:

Đặt ⬄ ⬄ ⬄

1. Tích phân đường loại 2
2. Tóm tắt kiến thức

Để tính tích phân đường \int\limits_{AB} P(x,y)dx + Q(x,y) dy  ta đưa về tích phân xác định (tích phân 1 biến).

Giả sử \widetilde{AB}  là cung trơn, các hàm số P(x,y), Q(x,y) liên tục trên \widetilde{AB} . Ta có các trường hợp sau:

**TH1:** cung AB có phương trình tổng quát: y = y(x) . Điểm A ứng với x = x_A  , điểm B ứng với x = x_B  .

Khi đó, ta có công thức sau:

\int\limits_{AB} P(x,y)dx+Q(x,y)dy = \int\limits_{x_A}^{x_B} [P(x,y(x)) + Q(x,y(x)).y'(x)] dx 

**TH2:**cung AB có phương trình tổng quát: x = x(y) . Điểm A ứng với y = y_A  , điểm B ứng với y = y_B  .

Khi đó, ta có công thức sau:

\int\limits_{AB} P(x,y)dx+Q(x,y)dy = \int\limits_{y_A}^{y_B} [P(x(y),y).x'(y) + Q(x(y),y)] dy 

**TH3:**cung AB có phương trình tham số: x = x(t); y = y(t) . Điểm A ứng với t = t_A  , điểm B ứng với t = t_B  .

Khi đó, ta có công thức sau

\int\limits_{AB} Pdx+Qdy = \int\limits_{t_A}^{t_B} [P(x(t),y(t)).x'(t) + Q(x(t),y(t)).y'(t)] dt 

1. Ví dụ

VD1: Tính tích phân theo đường cong từ đến

Ta có:

Suy ra:

VD2: Tính tích phân theo đường cong C với C là đường gấp khúc nối 3 điểm A, D, B với , và

Ta có:

Đường thẳng C1 qua A và D có dạng:

Đường thẳng C2 qua D và B có dạng:

Suy ra:

1. Định lý Green
2. Tóm tắt kiến thức

Xét D là miền phẳng bị giới hạn bởi đường biên . Đường biên này là tập hợp hữu hạn của các đường cong đơn kín.

Ta quy ước hướng dương của đường cong là hướng mà khi đi theo nó, miền trong của D luôn nằm bên tay trái.

Tích phân đường của trường dọc theo đường biên , hướng theo hướng dương được ký hiệu là

.

Giả sử P và Q có các đạo hàm riêng cấp 1 liên tục trên một tập mở chứa D, khi đó:

|  |
| --- |
| hay |

1. Ví dụ

VD1: Dùng định lý Green để tính công thực hiện bởi trường lực khi di chuyển chất điểm từ (0,0), dọc theo trục Ox đến (1,0), rồi dọc theo đoạn thẳng (0,1), rồi trở về (0,0).

Ta có:

Theo định lý Green, ta có:

VD2: Một chất điểm di chuyển từ (-2,0) theo trục Ox đến (2,0) rồi dọc theo nửa đường tròn trở về điểm ban đầu. Dùng định lý Green tính công thực hiện bởi trường lực tác động lên chất điểm tại mỗi vị trí (x,y) của chất điểm.

Ta có:

Theo định lý Green, ta có:

1. Trường bảo toàn
2. Tóm tắt kiến thức

**Định nghĩa:**

Một trường vectơ F được gọi là bảo toàn trên miền D nếu có hàm số thực f: D->R, gọi là một hàm thế của F, sao cho ∇f = F.

Hàm f như trên được gọi là hàm thế của trường F.

**Điều kiện đủ của một trường bảo toàn:**

**\*Bổ đề Poincaré:**

1. D là miền mở, hình sao
2. F=(P,Q) là miền trơn trên D
3.  trên D

* F là trường bảo toàn trên D

1. Ví dụ

VD1: Chứng minh F là trường bảo toàn, sau đó tìm hàm thế của F

Đặt:

=> F là trường bảo toàn

Tìm hàm thế f của F:

Ta có:

Từ (\*), ta có:

Chọn , kết luận: là một hàm thế của F

VD2: Chứng minh F là trường bảo toàn, sau đó tìm hàm thế của F

Đặt:

=> F là trường bảo toàn

Tìm hàm thế f của F:

Ta có:

Từ (\*), ta có:

Chọn , kết luận: là một hàm thế của F